



EMS

**European Mathematical
Society**

<http://www.emis.de/>

**Committee on
Mathematics Education**

**Niveaux de référence pour l'enseignement des
mathématiques en Europe**

**Reference levels in School Mathematics
Education in Europe**

National Presentation

SUISSE

François Jaquet, IRDP, Neuchâtel

Mars 2001

1. Description générale du système scolaire suisse

Structures

Pour comprendre l'organisation des écoles en Suisse, il faut savoir que les 26 cantons de la Confédération helvétique sont entièrement autonomes dans le domaine de l'instruction publique. Il n'y a donc pas un système scolaire suisse, mais 26, tous différents.

Ce tableau propose une classification nationale des types d'enseignement :

préscolaire				
variable d'un canton à l'autre et à l'intérieur des cantons, de 3 - 5 ans à 6 - 7 ans				
début de la scolarité obligatoire				
primaire				enseigne-
variable d'un canton à l'autre dès 6 - 7 ou 7 - 8 ans à 10 - 13 ans				
secondaire I				
variable selon les cantons dès 11 - 13 ans à 15 - 16 ans				
par filières ou sections				
de deux à cinq, selon les cantons, parfois avec classes à niveaux				
exigences	exigences	exigences	exigences non	exigences
fin de la scolarité obligatoire				
secondaire II, enseignement spécialisé, enseignement professionnel				
de 15 - 16 ans à 18 - 19 ans (durée de 2 à 4 ans)				

			formation professionnelle	apprentissage
niveau tertiaire				
dès 18 - 19 ans à 20-24 ans				
université	écoles	écoles supérieures	formations	

L'âge d'entrée à l'école obligatoire se situe entre 6 et 7 ans dans certaines régions, entre 7 et 8 ans dans d'autres, la durée des vacances et les dotations horaires sont aussi différentes entre cantons. Au cours des premières années de l'école secondaire on relève par exemple, pour les mathématiques, des durées d'enseignement variant de 180 à 270 minutes par semaine, d'un canton et d'une section à l'autre.

Le système suisse se caractérise aussi par une sélection précoce des élèves en deux, trois, voire quatre ou cinq filières parallèles, dès les premières années de l'école secondaire, de 11/12 ans à 15/16 ans. Il y a des sections qui conduiront aux écoles secondaires de niveau supérieur, aux écoles "moyennes" ou techniques, aux apprentissages professionnels.

Les élèves de 16 ans se situent soit dans le premier, soit dans le deuxième cycle, ils sont dans des filières déjà différenciées depuis l'âge de 11 à 13 ans. Leurs programmes de mathématiques sont aussi très variés, d'un canton à l'autre et d'une filière à l'autre, selon leur destination dans l'enseignement tertiaire ou dans leur future profession.

Coordinations

Derrière cette extrême diversité et cette sélection précoce, certaines coordinations sont toutefois assurées au plan national.

Les deux écoles polytechniques de Zürich et de Lausanne dépendent de la Confédération et accueillent les étudiants de tous les cantons.

Les études universitaires se déroulent dans les huit cantons qui disposent d'une Université, ce qui entraîne des collaborations intercantionales

Une Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique (CDIP) existe et prend des décisions communes pour la scolarité au niveau de l'école secondaire supérieure. Elle a adopté, entre autres, en 1994, un "Plan d'études cadre pour les écoles de maturité" où se retrouvent près de 25 % de la population entre 15 et 19 ans, qui prépare l'examen (maturité ou baccalauréat) donnant accès aux universités et hautes écoles.

Certaines écoles professionnelles sont coordonnées au niveau national par l'Office fédéral des arts et métiers (OFIAMT). D'autres écoles techniques travaillent en collaborations intercantionales.

Certains cantons se sont regroupés aussi pour élaborer des plans d'études communs pour l'enseignement obligatoire, c'est le cas de huit cantons de Suisse centrale et des sept cantons de la Suisse romande.

Au niveau plus spécifique des mathématiques, en plus des facteurs de coordination institutionnels mentionnés précédemment, il faut signaler quelques collaborations entre enseignants qui se sont développées dans la seconde partie du vingtième siècle :

- la Société suisse des professeurs de l'école secondaires (SSPES) a une section qui regroupe de 20 à 40 % des professeurs de mathématiques des écoles de maturité ou des écoles techniques et qui publie un bulletin trimestriel;
- quelques revues spécialisées sur l'enseignement des mathématiques assurent aussi des échanges entre enseignants de tous les degrés, comme *Math-Ecole* pour la Suisse romande, le *Bolletino dei docenti di matematica*, pour le Tessin et quelques autres petits bulletins.

Toutes ces coordinations, institutionnelles ou non, se sont imposées naturellement par le jeu des proximités géographiques, de la mobilité croissante de la population, des nécessités des hautes écoles, de facteurs économiques comme les structures d'entreprises qui dépassent les frontières cantonales et nationales, de la taille réduite de certains cantons (moins de 100000 habitants) qui ne leur permet pas de produire leurs propres moyens d'enseignement, etc. Elles existent ou subsistent indépendamment des volontés politiques cantonales très soucieuses de préserver leur indépendance dans le domaine de l'instruction publique.

Les mathématiques, pour lesquelles les barrières linguistiques du pays (la Suisse a trois langues nationales) ne constituent pas des obstacles majeurs, sont parmi les disciplines les plus coordonnées de l'enseignement, au niveau national.

2. LES OBJECTIFS GÉNÉRAUX EN MATHÉMATIQUES

Vu la diversité des systèmes scolaires cantonaux et les différentes filières au sein des cantons, les objectifs mathématiques ne sont pas définis, au niveau national, pour l'ensemble des élèves mais pour le quart d'entre eux : ceux de l'école secondaire supérieure qui se préparent aux études les plus longues. Ce sont les objectifs généraux des plans d'études cadre pour les écoles de maturité :

"L'enseignement des mathématiques permet à l'élève d'acquérir un outil intellectuel sans lequel, malgré des dons d'intuition ou d'invention, il ne progresserait pas dans la connaissance scientifique au delà de certains seuils.

Cet outil, comme science de la quantité, du modèle et de la structure déductive, est particulièrement adapté au traitement des concepts abstraits de toutes sortes que l'on trouve dans les sciences exactes ou expérimentales et dans certaines sciences humaines et sociales.

L'enseignement doit montrer que les mathématiques ne forment pas uniquement un langage à l'aide duquel une question scientifique peut être posée et résolue, mais qu'elles constituent un vaste corps de méthodes, de raisonnements et de structures dont le langage est précis et rigoureux.

Le monde des mathématiques, riche, abstrait et structuré est d'un accès réputé difficile; c'est un champ de connaissances que l'homme, depuis l'Antiquité, cherche à élargir et à compléter par une recherche et une remise en cause continues. L'enseignement doit faciliter l'approche des mathématiques en exposant la théorie et ses applications. Il donne à l'élève l'envie et le goût de s'y intéresser".

Ces objectifs généraux sont accompagnés de considérations, explications et commentaires :

"Les sciences, la technologie, la médecine et l'économie entre autres, ont besoin pour progresser de calculer, de quantifier, de tracer, d'analyser, de décrire (statistiquement

graphiquement, ...), de modéliser, de conjecturer, de tirer des conséquences et de trouver des solutions. Toutes ces activités relèvent des mathématiques et, plus on progresse, plus les concepts sont indissolublement associés à un ou plusieurs concepts mathématiques.

Mais réduire les mathématiques au rôle d'outil au service des sciences serait méconnaître leur évolution et celle des découvertes scientifiques, oublier qu'elles sont aussi «une célébration du pouvoir de la raison pure», qu'elles vivent et progressent, le plus souvent par elles-mêmes et pour elles-mêmes, pour leur plus grand profit et pour celui des sciences qui y trouvent le modèle nécessaire à la compréhension de tel phénomène ou à la résolution de tel problème.

Le professeur de mathématiques ne doit ni favoriser l'aspect utilitaire au détriment de la théorie, ni exposer la théorie en négligeant ses applications; il doit développer conjointement l'apprentissage de l'outil et de la théorie qui s'y rattache, notamment en s'appuyant sur l'analyse de situations concrètes, sur des exercices d'entraînement et sur des problèmes de réflexion."

D'autres commentaires, encore, concernent la nécessité d'une démarche systématique, les capacités d'abstraction liées à l'âge et à l'acquis de l'élève, la modélisation d'un problème, l'expérimentation de méthodes d'investigation, la généralisation permettant de résoudre des problèmes analogues puis le développement d'une théorie pour la compléter ou pour résoudre de nouveaux problèmes.

Pour les enseignements technique et professionnel qui suivent la scolarité obligatoire, les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques ne font pas l'objet de textes officiels, ni sur le plan national, ni sur les plans cantonaux. Certaines écoles ou professions les décrivent parfois, mais plutôt en termes d'attitudes et de compétences, comme ceux du plan d'études de la maturité fédérale qui seront décrits dans le chapitre suivant consacré aux contenus de base.

Les objectifs généraux cités précédemment concernent les degrés de l'école secondaire supérieure. Au niveau de la scolarité obligatoire il faut signaler les "*Espaces de liberté, lignes directrices et points de convergence*, recommandations relatives à l'enseignement des mathématiques en Suisse durant la scolarité obligatoire".

Il s'agit d'un document élaboré et discuté de 1982 à 1996 à l'initiative d'un groupe de réflexion sur l'enseignement des mathématiques dépendant de la conférence des directeurs cantonaux de l'instruction publique (CDIP/CH). Il a donc, malgré la dissolution du groupe intervenue en 1997, un caractère national puisqu'il a été publié et recommandé par une instance officielle "dans le but de :

- contribuer à la coordination de l'enseignement des mathématiques en Suisse, et de
- permettre l'établissement d'un enseignement des mathématiques qui tienne compte des résultats de la recherche et stimuler les échanges en Suisse sur le sujet."

Ses "espaces de liberté" et "lignes directrices", décrivent les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques, alors que ses "points de convergence" relèvent des contenus de base.

On trouve dans ce document des préoccupations analogues à celles des plans d'études cités précédemment :

"Pourquoi enseigner les mathématiques ? Pour résoudre des problèmes! Cet objectif n'a pas changé. Cependant, pour que le citoyen puisse résoudre des problèmes à l'aide des mathématiques, il est indispensable que ces mathématiques lui soient proches, qu'il ait vraiment eu l'occasion de s'y confronter personnellement, et qu'il ait, dans des situations tout à fait à sa portée, vécu et construit lui-même certains concepts.

L'objectif de l'enseignement des mathématiques n'est alors pas seulement la transmission de quelques produits finis permettant de résoudre effectivement certains problèmes; c'est surtout la volonté d'ouvrir à un plus grand nombre les mathématiques, dès leurs fondements, dans des situations qui leur donne du sens."

Ce document se réfère aussi aux travaux récents de recherche dans le domaine de la transmission des connaissances mathématiques, notamment au modèle du "triangle didactique" dont les sommets sont le savoir, l'élève et le professeur, selon lequel ce dernier est un metteur en scène de l'apprentissage où l'élève va rencontrer le savoir.

Les "espaces de liberté" y sont définis comme des "conditions fondamentales sans lesquelles les mathématiques n'existeraient tout simplement pas" sous lesquelles l'élève "cherche une solution d'un problème ayant du sens pour lui, qui prend une fausse piste, échange avec son camarade, compare, argumente, corrige, FAIT des mathématiques".

Faire des mathématiques, apprendre des mathématiques sont donc ici des activités en étroite symbiose. Elles exigent toutes deux une certaine autonomie de l'acteur, une liberté d'action, en vigilance avec les autres et le savoir déjà établi.

En conclusion de ce chapitre, on peut relever, malgré les diversités des systèmes scolaires du pays, une volonté partagée de définir des mathématiques où les objectifs sont soumis aux finalités de l'enseignement, à la nécessité de donner du sens aux activités proposées aux élèves et aux conditions dans lesquelles les apprentissages peuvent s'effectuer.

3. LES CONTENUS DE BASE (BASIC CONTENTS)

Les connaissances proposées par le "Plan d'études cadre pour les écoles de maturité" se limitent à quelques lignes :

"Connaître les principaux objets et méthodes mathématiques :

- en arithmétique, les règles du calcul avec leurs conventions d'écriture;
- en algèbre, le calcul littéral et les équations;
- en analyse, les fonctions, le calcul différentiel et intégral;
- en géométrie, la géométrie élémentaire, analytique et vectorielle, la trigonométrie;
- en stochastique, la statistique et le calcul des probabilités.

Connaître certains aspects de l'histoire des mathématiques."

Ces connaissances sont complétées par des savoir-faire :

- "- faire preuve d'aisance dans l'utilisation de ses connaissances mathématiques;
- maîtriser les règles, les principes et les contraintes du raisonnement logique;
- pouvoir imaginer des situations géométriques;
- savoir appliquer des méthodes mathématiques connues à des problèmes posés dans divers domaines;
- savoir utiliser des méthodes de travail et d'investigation;
- être capable de formuler des propositions d'une manière claire et précise;
- être à même de porter un jugement critique sur les résultats obtenus dans le cadre d'une modélisation;

- savoir organiser ses connaissances mathématiques de manière à faciliter la recherche d'analogies;
- savoir exposer et discuter la démarche de travail adoptée."

et des attitudes :

- "- accepter l'effort et faire preuve de persévérance;
- être autonome dans le travail;
- être imaginatif, curieux et ouvert;
- posséder le sens de la rigueur et de l'autocritique:
- faire preuve de probité intellectuelle, de souplesse d'esprit et d'intuition;
- avoir l'esprit d'analyse et de synthèse;
- apprécier l'aspect esthétique d'une théorie;
- aimer les jeux de l'esprit."

On constate donc la prudence avec laquelle ce texte s'engage vers les contenus de base, systématiquement liés aux attitudes.

Pour le niveau de l'école obligatoire, les "lignes directrices" et "points de convergence" restent aussi très peu contraignants. En voici quelques extraits qui concernent particulièrement les degrés 6 à 9 de la scolarité (de 11- 12 ans ou 12 - 13 ans, à 14 - 15 ans ou 15 - 16 ans), d'autres étant cités dans le chapitre suivant des :

"

Grandeurs

Les élèves savent utiliser différents instruments de mesure. Ils en connaissent les unités de même que les rapports entre les principales unités d'une même grandeur.

Commentaires :

- Tout au long de la scolarité, les élèves rencontrent régulièrement des situations concrètes, du quotidien et de la vie professionnelle. Ils expérimentent, mesurent, comparent.
- Rattacher ainsi certaines activités mathématiques à la réalité quotidienne, à la multidisciplinarité, est fondamental. Cela donne du sens à la construction des connaissances tout comme à leurs applications.

- L'enseignement des mathématiques doit également prendre en compte l'apprentissage de notions tirées de l'économie (budget, salaires, ...), de la technique (engrenages, systèmes articulés, ...), de la physique (vitesse, masse, centre de gravité, ...), de la chimie (mélanges, ...), de l'astronomie, etc.
- Les élèves développent aussi le sens de l'ordre de grandeur d'un résultat, par bon sens, mesure ou calcul. Par exemple, ils seront capables de déterminer:
 - l'épaisseur d'une feuille de papier;
 - le nombre de grains dans un kilo de riz;
 - le volume d'un dé à coudre et celui de la Terre;
 - le temps mis par la lumière pour nous parvenir du Soleil;
 - ...

Statistiques et probabilités

Les élèves interprètent des résultats statistiques tirés de la vie quotidienne et déterminent, dans des cas simples, la probabilité d'événements aléatoires.

- Statistiques et probabilités sont abordées par le biais de situations que les élèves peuvent expérimenter. Par exemple:
 - jeux de hasard, jet de dés ou loterie à numéros;
 - enquêtes dans l'école, dates ou jours d'anniversaires;
 - ...

Schémas

Les élèves savent interpréter des représentations dans lesquelles nombres et grandeurs sont schématisés.

Outils électroniques.

Les élèves savent utiliser la calculatrice à bon escient et rencontrent tout au long de la scolarité des expériences avec l'ordinateur.

Commentaires :

- Aujourd'hui, les enfants vivent entourés d'instruments, de calculatrices, d'ordinateurs et de toutes sortes d'outils d'usage courant. Il serait dommage qu'ils utilisent les moyens

électroniques comme des gadgets, qui calculent automatiquement ce que l'on apprenait longuement à faire à la main. Ils doivent les exploiter pour une plus grande efficacité de calcul et de recherche dans le quotidien. Dans ce sens, un usage judicieux de la calculatrice s'associe à une compréhension plus approfondie du concept de nombre.

- En résolvant des problèmes, les élèves apprennent à choisir les bons outils et comment les utiliser. Dans une situation numérique, ils savent distinguer données et résultats, identifier les opérations qui les lient et la nature des nombres utilisés, contrôler par estimation ou bon sens les résultats de la calculatrice.
- L'utilisation d'outils électroniques permet également d'effectuer en classe certaines recherches, comme par exemple:
 - résoudre des problèmes réels, en particulier lorsqu'ils contiennent
 - de très petits ou de très grands nombres;
 - faire varier la valeur d'une variable pour en étudier l'effet, en particulier dans une fonction exponentielle;
 - rechercher des valeurs limites, comme les racines successives d'un nombre donné;
 - étudier des problèmes de géométrie d'un point de vue dynamique ; etc.

Équations.

Les élèves sont capables de décrire leurs conjectures avec leurs mots, puis de manière plus formelle. Ils apprendront à établir et résoudre une équation, en particulier du premier degré à une variable, pour résoudre des problèmes ou justifier certains résultats.

La résolution d'équations du premier degré à une variable peut être effectuée par essais successifs, par voie graphique ou algébrique.

Nombres non naturels

Les élèves connaissent différentes écritures de nombres: nombres décimaux, fractionnaires, pourcentages, affichage d'une calculatrice, valeurs exactes, puissances et racines.

Commentaires :

- Très tôt, les élèves utilisent toutes sortes de nombres de leur environnement. Par curiosité et par jeu, ils complètent petit à petit leurs connaissances des nombres sous

leurs aspects cardinaux et ordinaux, multiples et diviseurs, décimaux et fractionnaires, etc. Ils les décrivent, les comparent, les ordonnent. Cette compréhension des nombres s'étend sur toute la scolarité. Régulièrement, les nombres sont reconsidérés, réarrangés.

- Dans le système décimal, les connaissances minimales suivantes sont maîtrisées:

....

- connaître l'écriture scientifique des nombres

$$3'200'000 = 3,2 \cdot 10^6; \quad 0,002 = 2 \cdot 10^{-3};$$

- interpréter et formaliser des expressions du type "un quart de

600 m", "deux tiers de 27", "80% de 24'000 fr."

- Déterminer l'ordre de grandeur d'une racine carrée:

$$13 < \sqrt{175} < 14.$$

Opérations.

Les élèves maîtrisent les 4 opérations avec des nombres décimaux, par association avec leurs connaissances des nombres naturels, par l'estimation de l'ordre de grandeur du résultat, par des méthodes de déplacement de la virgule, et par l'utilisation de la calculatrice.

Commentaires.

- Les élèves sont incités à développer leurs propres capacités de calcul. Ils s'exercent à concurrencer efficacement la calculatrice et sans elle sont capables de résoudre les petits problèmes numériques du quotidien. Ils recherchent quelles sont les opérations et les nombres pour lesquels ils peuvent fournir très vite le résultat ou une bonne approximation. Ils recherchent également comment transformer une opération en une chaîne d'opérations faciles. Ils découvrent ainsi différentes structures des nombres.
- Les élèves doivent être conscients de l'avantage qu'ils ont à connaître par coeur certains résultats d'opérations, comme les livrets, les compléments d'un entier à la dizaine supérieure, les valeurs arrondies aux différentes puissances de 10 d'un nombre, par excès et par défaut.
- Calculer de tête ne signifie pas que les élèves calculent sans papier ni crayon. Il est quelquefois utile d'écrire un résultat intermédiaire.

-

Se repérer dans l'espace,

Les élèves apprennent à s'orienter et à se mouvoir dans l'espace. Ils peuvent décrire orientations et mouvements.

Représentation de l'espace

Les élèves connaissent des méthodes de représentation en deux dimensions d'objets de l'espace, dont au moins le dessin schématique, le plan coté, et une représentation en perspective.

Surfaces et solides

Les élèves sont capables d'analyser les figures élémentaires du plan et les objets élémentaires de l'espace par des mesures et calculs.

Transformations

Les élèves sont capables de transformer, de manière contrôlée, des figures du plan, en grandeur et en position. En particulier, ils connaissent les isométries et les similitudes de figures.

Commentaires :

- ...

- Les représentations graphiques telles que esquisses, plans, diagrammes, cartes, etc. jouent aujourd'hui un grand rôle. L'entraînement de l'intuition géométrique doit aider l'élève à comprendre de telles représentations et en réaliser lui-même.
- Les élèves rencontrent des propriétés d'objets géométriques, en particulier de ceux qu'ils ont construits. Il existe beaucoup de matériaux pour cela: carton, polyèdres articulés, pailles avec noeuds de connexion, collection de développements, etc.
- Les élèves apprennent à observer leur environnement immédiat, à le décrire et le représenter. Ils développent alors des compétences telles que: vérifier, associer, classer, décrire des figures avec précision, formuler, expliquer et utiliser des propriétés.
- Les élèves sont capables de transformer de manière contrôlée une figure géométrique en grandeur et position. Ils découvrent l'existence de transformations qui conservent certaines propriétés (conservation des distances, des angles, des rapports, etc.). De

telles recherches se déroulent de manière concrète, par exemple à l'aide de miroirs, de pliages, d'étirements de surfaces, etc.

- La description formelle des transformations géométriques n'apparaîtra qu'en fin de scolarité et de manière différenciée. De même, les rapports entre transformations géométriques et fonctions numériques pourraient être abordés.
 - Certaines propriétés des objets de l'espace sont difficilement exprimables sous forme d'objectifs opérationnalisables au niveau de l'école obligatoire: propriétés topologiques, dimensions, sens d'un objet, etc. Ces propriétés peuvent cependant parfaitement être perçues et décrites par les élèves, à propos d'objets qu'ils manipulent.
 - Les élèves maîtrisent une méthode de représentation plane des objets de l'espace. Réciproquement, ils peuvent construire ces objets à partir de projections, de développements ou, dans des cas simples, de représentations en coupe.
 - Les élèves maîtrisent les constructions suivantes: construction de parallèles, de perpendiculaires, médiatrice d'un segment, bissectrice d'un angle, symétrie axiale et centrale, figures isométriques et semblables.
 - Les élèves savent déterminer:
 - l'aire d'un rectangle, d'un parallélogramme, d'un triangle, ainsi que des surfaces décomposables en ces éléments;
 - la longueur du cercle et l'aire du disque;
 - les aires et volumes du prisme, de la pyramide, du cône, du cylindre et de la sphère.
- ... "

Ces contenus de base sont complétés par ceux qui sont décrits dans les thèmes particuliers suivants. On peut toutefois déjà faire quelques considérations générales à leur sujet. Les "lignes directrices" et "points de convergence" adoptés officiellement au niveau national suisse constituent un programme complet pour l'école obligatoire que les élèves fréquentent jusqu'à l'âge de 15 ou 16 ans, selon les cantons. Il contient tout ce qu'il faudrait connaître en mathématiques pour sa vie de citoyen, pour entreprendre une formation professionnelle ou pour poursuivre des études. Il est conçu comme un tout qui clôt le cycle d'une formation de base. Les connaissances acquises doivent pouvoir permettre, en priorité, de résoudre la plupart des problèmes que l'élève rencontrera ans sa vie future, dans les domaines numérique, géométrique, de la lecture et de la représentation de données. Des ouvertures sont aménagées - en particulier par le calcul

littéral, les équations et les fonctions - vers l'analyse, vers quelques thèmes de géométrie (vectorielle, analytique et trigonométrie) et vers les statistiques et probabilités. Ces derniers thèmes sont en effet les seuls qui apparaissent dans les "Plan d'études cadre pour les écoles de maturité" et ne figurent pas dans les "lignes directrices" et "points de convergence", réservés aux élèves de plus de 16 ans.

Mais il faut être conscient de l'importance des effets de la transposition didactique : entre les plans d'études élaborés au niveau national, les programmes cantonaux, les moyens d'enseignement, les pratiques de classe et les examens conçus localement, les contenus de base évoluent et divergent sensiblement d'un canton, voire d'une école à l'autre. Le pragmatisme et le fédéralisme helvétiques assurent un minimum de cohérence. Les comparaisons entre régions effectuées dans le cadre d'études études internationales (TIMSS, PISA) font apparaître des différences pour certains domaines des mathématiques, mais non significatives globalement.

4. THÈMES PARTICULIERS

4.1 Équations du deuxième degré

Ce thème est abordé dès 14 ou 15 ans, dans les filières de type scientifique de la scolarité obligatoire ou dès la première année du secondaire supérieur, dans les programmes de maturité ou des écoles techniques.

Il fait suite au travail conduit sur les équations du premier degré et sur les fonctions linéaires et affines et entrepris dès les premiers degrés de l'école secondaire, pour les filières d'exigences moyennes à élevées. Il se combine aussi avec le thème du calcul des polynômes.

Les fonctions du deuxième degré sont aussi envisagées, avec d'autres, comme contre-exemples de fonctions linéaires.

Les "lignes directrices" précisent que les élèves développent la notion de fonction. et sont accoutumés à utiliser des variables. Leurs commentaires établissent une progression qui commence à la fin de l'école primaire, à propos de la proportionnalité :

"

- Les concepts de fonction et de variable peuvent être introduits très tôt, sans formalisme, par exemple sous forme de devinettes : *je pense à un nombre, je le double et ajoute 10, j'obtiens 50. A quel nombre ai-je pensé?*
- Le concept formel de fonction se développe alors lentement, avec son langage spécifique.
- Fonctions et variables apparaissent régulièrement sous forme de tableaux de nombres ou de graphiques. Le concept de fonction permet d'introduire ceux d'équations, d'inéquations, de systèmes, et leurs résolutions.
- Les élèves comprennent la signification des expressions littérales rencontrées, le rôle des lettres, des parenthèses et l'ordre des opérations. Ils savent remplacer les lettres par les nombres correspondants, calculer la valeur d'une lettre si l'on connaît celles des autres. Dans les formules simples et souvent utilisées, ils savent exprimer la valeur d'une lettre en fonction des autres.
- Ils sont capables de reconnaître l'équivalence de différentes expressions littérales. Par exemple en recherchant la somme des n premiers nombres entiers, deux résultats ont été trouvés:

$$(n^2 + n) : 2 \quad \text{et} \quad n/2 \cdot n + n/2$$

ces deux expressions sont-elles équivalentes?

- ... "

Les plans d'études cantonaux et régionaux, plus détaillés, parlent de résolution de l'équation générale du deuxième degré pour les sections scientifiques, et d'équations du genre $x^2 + c = 0$ pour les sections aux exigences moyennes. Mais la représentation graphique de fonctions du deuxième degré est envisagée pour tous les élèves, ainsi que des méthodes de résolution graphiques ou par essais successifs d'équations de degré supérieur à 1.

4.2 Le théorème de Pythagore

Tous les élèves de 16 ans ont eu ce sujet à leur programme, parfois dès le degré 7 de leur scolarité obligatoire.

Les "lignes directrices" précisent que les élèves savent utiliser le théorème de Pythagore.

Le plan d'études des cantons de la Suisse centrale place en 8e année d'école obligatoire (14-15 ans) et pour toutes les filières le théorème de Pythagore comme relation fondamentale de la géométrie, à connaître, appliquer et formaliser sous l'écriture $a^2 + b^2 = c^2$. Pour les sections à exigences moyennes et élevées, ce théorème doit être appliqué aussi dans des situations de l'espace à trois dimensions, par exemple pour déterminer des mesures de diagonales de solides.

La démonstration du théorème de Pythagore est aussi un objet d'enseignement pour les filières à exigences élevées et dans les écoles de maturité. Les élèves sont censés pouvoir reproduire l'une ou l'autre de ses démonstrations, qui font l'objet de nombreuses activités proposées par les moyens d'enseignement, ont, en particulier, celle qui repose sur l'équivalence d'aires de carrés et celle qui découle du théorème d'Euclide appliqué à chacun des côtés de l'angle droit ($b^2 = ab'$ et $c^2 = ac'$).

La réciproque du théorème de Pythagore qui conclut à l'orthogonalité des côtés du triangle n'est en revanche pas généralisée.

4.3 La similitude

Dans la plupart des cantons et des filières, la similitude est l'aboutissement de l'enseignement de la géométrie au premier cycle de l'enseignement secondaire et l'outil privilégié de résolution des problèmes de ce thème.

On trouve plusieurs manières, parfois combinées, d'introduire la similitude : dans le cadre de l'étude des transformations géométriques à partir des isométries et des homothéties, dans le cadre de la proportionnalité appliquée aux agrandissements et réductions de figures, dans le cadre plus axiomatique du théorème de Thalès et des cas de similitude des triangles.

Les "lignes directrices" précisent que les élèves savent utiliser les propriétés de la similitude pour résoudre des problèmes.

Le plan d'études des cantons de la Suisse centrale et les programmes des cantons romands mentionnent aussi cet objectif, pour les élèves de 14 à 16 ans, des filières à exigences moyennes et élevées.

Mais on sait bien que la similitude recouvre un vaste champ de problèmes de difficultés très variables. On peut demander à la majorité des élèves de calculer des mesures de longueurs lorsque le facteur d'agrandissement est déjà déterminé, alors que les

problèmes nécessitant la reconnaissance préalable d'une similitude et la détermination de ses caractéristiques est plus délicate. Les différents plans d'études ne vont donc pas jusqu'à proposer des savoir-faire ou des compétences dans ce domaine et les activités proposées par les moyens d'enseignements sont adaptées aux niveau des élèves des différentes filières. En particulier, les démonstrations mettant en oeuvre la similitude sont réservées aux sections scientifiques.

4.4 Les problèmes de la vie quotidienne

Un souhait permanent des programmes est d'ancrer l'enseignement des mathématiques sur des problèmes et besoins de la vie quotidienne. On le retrouve tout au long des "lignes directrices" :

- les thèmes des problèmes de proportionnalité et celui de la construction du concept de fonction sont traités dans des contextes de :
 - poids, prix, rabais;
 - objet réel et maquette (échelle);
 - relations entre diverses variables, par exemple volume, rayon et hauteur d'un cylindre;
 - courbe de température;
 - courbe de croissance d'une population;
 - ...
- les élèves doivent être familiarisés avec l'usage de tabelles numériques et schémas graphiques, tels que tarifs, horaires, tables diverses, graphiques statistiques, etc.; dans des situations simples, ils doivent être capables d'en établir eux-mêmes et de les utiliser.

4.5 Les pourcentages

Ce thème se situe généralement dans le cadre de la proportionnalité ou dans celui des nombres rationnels décimaux. Il ne fait plus l'objet d'un chapitre spécifique, comme c'était encore le cas jusqu'aux réformes des années 1960 à 1980.

Les "lignes directrices" précisent, à propos de la proportionnalité :

"

- Les élèves connaissent les fonctions associées à des relations de proportionnalité et de proportionnalité inverse. Ils en connaissent diverses propriétés et applications par exemple dans les cas suivants: vitesse, pente, densité, rendement, rabais, etc.
- L'étude de la proportionnalité peut se faire sous différents aspects:
 - tableaux de nombres;
 - représentations graphiques;
 - formules: $y = f(x) = k \cdot x$;

... "

Les différentes situations et aspects mentionnées précédemment impliquent des recours aux pourcentages pour exprimer un facteur de proportionnalité ou un rapport entre deux grandeurs.

Dans le domaine plus décontextualisé des nombres, ces "lignes directrices" font aussi référence aux pourcentages :

"

- Pour les calculs avec des nombres non entiers, l'accent est mis plus sur la compréhension que sur la dextérité. Deux aspects jouent alors un rôle important:
 - les nombres ou leurs écritures se transforment:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6} \quad 1,17$$

ou

$$0,11 : 0,03 = 11 : 3 = \frac{11}{3} \quad 3,67$$
 - l'ordre de grandeur d'un résultat est estimé:

24% de 4800 fr., c'est environ le quart de 4800 fr., soit environ 1200 fr.

$$3,45 \cdot 268,5 \text{ se situe entre } 3 \cdot 260 = 780 \text{ et } 4 \cdot 270 = 1080.$$
- Dans les cas usuels, savoir passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire d'un nombre, et réciproquement:
 - $5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} = 0,05$
 - $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 75\%$ "

4.6 Preuves et démonstrations

Au cours des trente dernières années, on a noté une forte évolution dans l'enseignement des mathématiques en Suisse à propos de la démonstration, qui était auparavant enseignée à une minorité de la population scolaire, de manière formelle. Une réflexion didactique intense a conduit à une introduction progressive d'activités d'introduction au raisonnement déductif dès l'âge de 11-12 ans, de jeux logiques et recherches de stratégies, dès l'école primaire. Les situations-problèmes ou les problèmes ouverts offrent systématiquement des phases d'émission d'hypothèses, de vérification et de validation au cours desquelles les élèves sont appelés, très tôt à justifier et défendre leurs raisonnements.

Les "lignes directrices" le disent explicitement :

" ...

En géométrie, les élèves distinguent, par des expériences concrètes, intuition, conjecture, et preuve.

- Durant toute la scolarité, les élèves explorent le monde des nombres, des figures géométriques, des solides. Ils y découvrent des relations et des propriétés. Ils apprennent alors que ces observations sont d'abord des conjectures, qu'on les invite à formuler, à questionner, à argumenter, à justifier, et dans certains cas à prouver. Entre autres, ils apprennent à distinguer un résultat expérimental, obtenu par hasard, d'un autre plus général, ou d'un résultat prouvé.

Exemple en arithmétique-algèbre.

Observation et formulation: si j'additionne deux nombres pairs, le résultat est pair.

Argumentation et justification: je peux partager en deux un nombre pair. Si j'additionne deux nombres pairs, je peux aussi additionner les quatre demi-nombres. Donc je peux partager en deux le résultat.

Exemple en géométrie.

Observation et formulation: dans un quadrilatère quelconque, on joint les milieux des côtés. Le quadrilatère obtenu semble être un parallélogramme. Est-ce un hasard ou toujours le cas?

Argumentation: j'essaie avec beaucoup de quadrilatères différents. Je mesure soigneusement les quadrilatères obtenus. Ça marche toujours, ce n'est pas du hasard.

Justification et preuve: les côtés du nouveau quadrilatère sont les segments reliant deux milieux des côtés d'un triangle, donc ils sont parallèles aux diagonales du quadrilatère, donc parallèles entre eux, donc le nouveau quadrilatère est un parallélogramme.

... "

Les aspects formels de la "rédaction" d'une démonstration sont réservés aux sections scientifiques des écoles secondaires supérieures où les étudiants ont plus de 16 ans.

5. SUJETS PARTICULIERS

5.1 Variations régionales

Il faut rappeler ici ce qui est dit et répété dans les pages précédentes : la Suisse est une confédération de 26 cantons, autonomes dans le domaine de l'éducation. Ce rapport ne présente donc pas une réalité nationale, il n'est que le reflet de tendances communes perceptibles parmi 26 systèmes d'enseignement des mathématiques.

5.2 Stratégies d'application

Les programmes ou plans d'études sont sous la responsabilité des départements cantonaux de l'instruction publique, selon leurs modalités propres. En cas de coordination entre plusieurs cantons (Suisse romande et Suisse centrale pour l'école obligatoire) ou nationale (Ecoles de maturité), les décisions administratives et juridiques restent du ressort du canton.

La majorité des cantons adoptent des moyens d'enseignement (manuels, fichiers, livres du maître) uniques ou les produisent eux-mêmes, seuls ou en coordination avec d'autres. Ces documents officiels sont distribués gratuitement aux élèves, pour les degrés de l'école obligatoire. Cette situation de monopole fait que ces moyens d'enseignement participent de la définition fine des programmes et des objectifs et qu'ils influencent sensiblement les contenus de l'évaluation traditionnelle, c'est-à-dire essentiellement sommative, des élèves ou de leurs compétences.

La sélection précoce de la majorité des systèmes scolaires des cantons suisses se fonde en général sur les résultats des élèves dans les disciplines scolaires principales, : parmi

lesquelles les mathématiques sont en bonne place. Les modalités d'orientation-sélection se fondent sur les moyennes annuelles des notes obtenues par l'élève, sur l'avis des maîtres et, fréquemment, sur les résultats d'épreuves ou de tests communs.. Ces derniers, établis sur la base des objectifs définis sur le plan cantonal, ont évidemment une forte influence sur les contenus de l'enseignement des mathématiques au sein de chaque canton.

Il est par conséquent difficile de concilier les idées fondamentales développées en particulier dans les "espaces de liberté" et "lignes directrices" - souvent citées dans les chapitres précédents - élaborées au niveau national et les pratiques cantonales d'orientation/sélection. Une réflexion est actuellement engagée dans plusieurs cantons, afin de trouver des modes d'évaluation prenant en compte les finalités ou objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques, aussi bien que les contenus ou notions spécifiques de base.

5.3 La formation des enseignants

Les maîtres de mathématiques des élèves de 16 ans peuvent être, selon les cantons, des instituteurs "spécialisés", dans les filières à exigences moyennes ou élémentaires, des maîtres de disciplines scientifiques ou encore des professeurs de mathématiques pour les filières à exigences moyennes à élevées ou pour les écoles de maturité. Les formations initiales de ces enseignants vont du diplôme d'école normale, obtenu entre 19 et 21 ans, à la licence en mathématiques, obtenue après 3 à 5 ans d'études universitaires.

La licence en mathématiques est généralement complétée par un certificat d'aptitudes pédagogiques acquis après une ou deux années de formation complémentaire.

Des formations en service ou permanentes sont régulièrement proposées, par les services cantonaux de perfectionnement ou par les associations professionnelles, sous forme de cours, de séminaires, de rencontres ou de congrès, souvent en collaboration avec les instituts universitaires de mathématiques ou de didactique. L'offre est suffisante pour que chaque maître puisse en bénéficier d'une à deux journées par année, voire une semaine pour certains cours de vacances.

En cas d'innovations ou de changements de programmes, les cantons organisent des formations complémentaires.

Ce document engage une nécessité, celle d'échanger régulièrement des informations entre toutes les régions et cantons de notre pays. Il faut en effet poursuivre la réflexion engagée, suivre ses effets sur les curriculum et les méthodologies, et plus généralement continuer d'étudier les incidences de la recherche en didactique des mathématiques sur l'enseignement.

Il serait également judicieux de constituer rapidement une banque de situations mathématiques, dans l'esprit de ce document, avec des comptes-rendus d'expérimentations en classe.

Plus particulièrement, des questions comme la gestion du cahier de l'élève, l'usage d'un dictionnaire de mathématiques, l'exploitation de la calculatrice ou d'autres moyens électroniques dans l'enseignement, doivent faire l'objet de recherches et d'échanges permanents.

Références

- *Plan d'études cadre pour les écoles de maturité*, CDIP/CH, 1994

"*Espaces de liberté, lignes directrices et points de convergence*, recommandations relatives à l'enseignement des mathématiques en Suisse durant la scolarité obligatoire".

CDIP/CH, 1996

- Lehrplan Arbeitsgruppe Mathematik es Innerschweizer Erziehungsdirektorenkonferenz (IEDK), 1996. *Lehrpläne für die Orientierungstufe Mathematik*, ZBS, 6090 Ebikon

- CIRCE III 1986